

**Einführung in die theoretische Informatik**  
Sommersemester 2019 – Übungsblatt 4

**AUFGABE 4.1.** (*Wichtige Begriffe*)

Stufe A

Überprüfen Sie, dass Sie die Folgenden Begriffe korrekt definieren können.

- Wortproblem
- Leerheitsproblem
- Endlichkeitsproblem
- Äquivalenzproblem
- Minimierung
- Pumping Lemma
- Strukturelle Induktion

**AUFGABE 4.2.** (*Automata Tutor*)

Im AutomataTutor stehen wieder neue Aufgaben zur Verfügung. Die Aufgaben finden Sie unter den Kategorie "Pumping Lemma Game". Einige der Aufgaben sind auch bepunktete Hausaufgaben.

Stufe B

**AUFGABE 4.3.** (*Probleme*)

Stufe B

Wie können Sie für einen

- (a) DFA (b) NFA (c) Regulären Ausdruck

feststellen, ob die von ihm akzeptierte Sprache

- (1) endlich ist? (2) leer ist? (3) ein Wort  $w$  enthält?

(d) Wie können Sie für zwei DFAs feststellen, ob sie dieselbe Sprache akzeptieren?

**AUFGABE 4.4.** (*Verständnis*)

Stufe B

Geben Sie jeweils eine formale Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$  mit folgenden Eigenschaften an:

- (a) endlich (b) unendlich und regulär (c) nicht regulär und kontextfrei

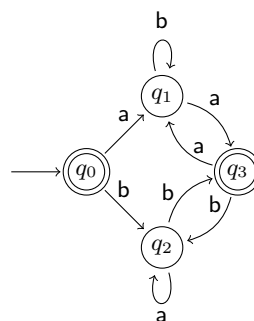
Beschreiben Sie in eigenen Worten, wie Sie bei der Konstruktion der Sprachen vorgegangen sind, um sicher zu stellen, dass die Sprache die gewünschte Eigenschaft hat.

**AUFGABE 4.5.** (*Minimierung*)

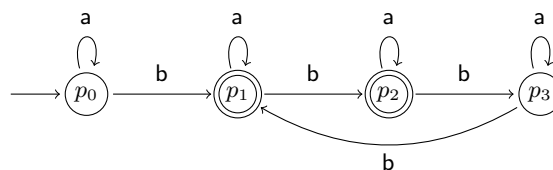
Stufe B/C

Minimieren Sie die folgenden DFAs.

(a) DFA  $D_1$ :



(b) DFA  $D_2$ :

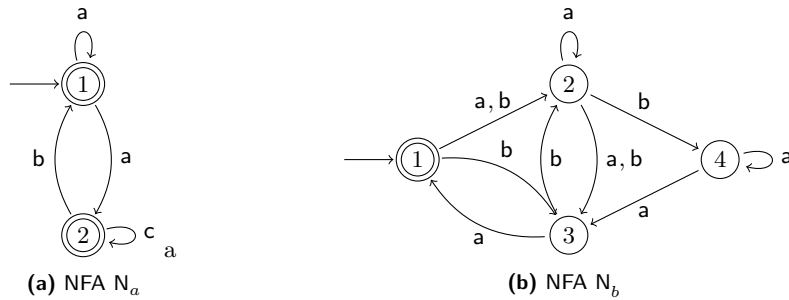


**AUFGABE 4.6.** (*Ardens Lemma*)

Stufe C

Betrachten Sie die beiden NFAs  $N_a$  und  $N_b$ .

- (a) Geben Sie für beide NFAs das nach Vorlesung dazugehörige Gleichungssystem an.
- (b) Geben Sie dann für jeden der beiden NFAs mittels Gauß-Verfahren und Ardens Lemma einen regulären Ausdruck  $r_a$  bzw.  $r_b$  an, so dass  $L(N_a) = L(r_a)$  bzw.  $L(N_b) = L(r_b)$



**AUFGABE 4.7.** (*Pumping Lemma*)

Stufe C

Beweisen Sie für jede der folgenden Sprachen mithilfe des Pumping Lemmas, dass sie *nicht* regulär sind.

- (a)  $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\}$
- (b)  $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \geq |w|_1\}$
- (c)  $L_3 = \{\varepsilon, a, a^{n \cdot m} \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, m > 1, n > 1\}$
- (d)  $L_4 = \{a^{6i}b^{6i} \mid i \geq 0\}$
- (e)  $L_5 = \{a^{2^i} \mid i \geq 0\}$

**AUFGABE 4.8.** (*Umkehrung(Spiegelung)*)

Stufe D

Ziel dieser Aufgabe ist, die Umkehrung einer Sprache zu berechnen, d.h. für jede reguläre Sprache  $L$  die Sprache  $L^R$  anzugeben, so dass  $L^R := \{w^R \mid w \in L\}$ .

Sei  $D$  ein DFA. Geben Sie einen Algorithmus an, der den DFA  $D$  in einen  $\varepsilon$ -NFA  $N$  übersetzt, so dass  $L(D)^R = L(N)$ . Beweisen Sie auch die Korrektheit Ihres Verfahrens.

**AUFGABE 4.9.** (*Homomorphismen auf regulären Sprachen*)

Stufe E

Sei  $\Sigma$  ein Alphabet und  $L \subseteq \Sigma^*$  eine reguläre Sprache. Weiter sei  $h: \Sigma \rightarrow \Sigma^*$  eine Abbildung, die jedem Zeichen  $x \in \Sigma$  ein Wort  $h(x) \in \Sigma^*$  zuordnet.  $h$  erweitert man kanonisch auf  $\Sigma^*$  mittels  $h(\varepsilon) = \varepsilon$  und  $h(xw) = h(x)h(w)$  für alle  $x \in \Sigma, w \in \Sigma^*$ . Schließlich sei  $h(L) = \{h(w) \mid w \in L\}$ .

- (a) Zeigen Sie: Ist  $L$  regulär, dann ist auch  $h(L)$  regulär.
- (b) Zeigen Sie unter Verwendung des Resultats aus Aufgabenteil (a), dass  $L' = \{ab^{3i}cd^{2i}e \mid i \in \mathbb{N}_0\}$  nicht regulär ist.